

2017-06-28 zagadnienia egzaminacyjne: **matematyka**, semestr 2 (PP, WBMiZ, **mechatronika I.2**)

Egzaminy: termin pierwszy: środa **28.VI.2016**, CW-7, **8:00** (gr.2,3,4), **9:45** (gr.1,5);

termin drugi: poniedziałek **25.IX.2015**, CW-7, **9:45** (ci, co uzyskali 2.0 w terminie pierwszym

lub nie przystąpili do egzaminu w terminie pierwszym, który to termin w ten sposób im przepada).

Zagadnienia egzaminacyjne

1. Szereg potęgowy, jego promień zbieżności; kryteria zbieżności. Szeregi Taylora i Maclaurina.
Przykłady szeregów nie- i zbieżnych.
2. Liczby zespolone: definicja, potęgowanie (wzór de Moivre'a, I.Newton przed 1676).
3. Pierwiastki n -tego stopnia (z) liczby zespolonej, pierwiastki pierwotne.
4. Logarytm i logarytm główny liczby zespolonej.
5. Wzór Eulera na $e^{r+i\omega}$ (R.Coates 1714), związek funkcji trygonometrycznych z hiperbolicznymi.
6. Funkcje exp, sin i cos zmiennej zespolonej.
Linie ekwipotencjalne i prądu uzyskiwane, gdy $w=\sin(z)$, gdzie $z = x+i\cdot y \in C$.
7. Definicja całki nieoznaczonej, całkowanie przez podstawienie i całkowanie przez części.
8. Oblicz $\int \sec x \, dx$ ($\sec x = 1/\cos x$), jak zrobili to James Gregory (1668) i Isaac Barrow (1670).
9. Całka oznaczona (w sensie Riemanna) – definicja, własności, obliczenie bezpośrednio z definicji.
10. Wzór Newtona-Leibniza (zwany także wzorem Barrowa) i jego uzasadnienie.
11. Tw. (Lagrange'a) o wartości średniej w rachunku całkowym.
12. Funkcja górnej granicy całkowania i jej własności (pochodna tej funkcji).
Przykłady: sinus całkowity, kosinus całkowity,
całki Fresnela (Augustyn Jean Fresnel 1818)
i kłoida (spirala Eulera-Cornu; L.Euler 1744,1781; Alfred Marie Cornu 1874),
funkcja gamma (Leonhard Euler 1729),
całka błędu erf (Pierre Simon Laplace 1778).
13. Pole obszaru ograniczonego krzywą zadaną w układzie kartezjańskim jawnie, daną parametrycznie i krzywą w układzie biegunowym.
14. Długość łuku krzywej podanej jawnie i parametrycznie. Też wyprowadzenie.
15. Objętość bryły obrotowej. Też wyprowadzenie.
16. Powierzchnia bryły obrotowej. Przykładowo: powierzchnia katenuoidy (J.B.Meusnier 1881).
17. Całki niewłaściwe 1-ego i 2-iego rodzaju – definicje i przykłady.
18. Definicja i własności przekształcenia Laplace'a (1785).
Przykładowe transformaty Laplace'a: $L\{\exp(at)\}=1/(s-a)$, $L\{t^n\} = n!/s^{n+1}$,
 $L\{\exp(a+i\omega t)\} = (s-a)/((s-a)^2+\omega^2) + i\cdot\omega /((s-a)^2+\omega^2)$, gdzie $a, \omega \in R$.
19. Splot funkcji i tw.Borela (F.Borel 1899) o splocie.
20. Pochodna cząstkowa i różniczka funkcji $u = u(x, y)$ zmiennych x, y .
Tw.Schwarza o pochodnych mieszanych.
21. Gradient ∇ funkcji skalarnej ϕ i jego interpretacja geometryczna.
Operator nabla/Hamiltona ∇ i jego działanie na pole wektorowe F :
dywergencja/rozbieżność/źródłowość $\nabla \cdot F$,
rotacja/wirowość $\nabla \times F$.
22. Całka podwójna – definicja, interpr. geometr. Jakobian i zamiana zmiennych w całce podwójnej.
23. Całka Gaussa (zwana także całką Eulera-Poissona): $-\infty \int^{+\infty} \exp(-t^2/2) \, dt = \sqrt{\pi}$.
24. Całka potrójna – definicja, interpr. geometr. Jakobian i zamiana zmiennych w całce potrójnej.
25. Gęstości liniowa, powierzchniowa i objętościowa.
Masa, środek ciężkości oraz momenty bezwładności pręta, płyty, bryły względem punktu (w szczególności początku O układu współrzędnych) i prostej (np. Oy).
26. Całka krzywoliniowa, wzdłuż łuku regularnego K , zmiennych x, y
pola skalarne ϕ (zwana całką niekierowaną),
pola wektorowego F (zwana całką skierowaną),
zmiana tych całek na całki w przedziale $\langle a, b \rangle$ (odwzorowanym wzajemnie jednoznacznie na łuk K).
27. Twierdzenie Greena (wiążące całkę krzywoliniową z całką podwójną), G.Green 1828, A.Cauchy 1846.
28. Całka po powierzchni S funkcji skalarnej ϕ (zwana niekierowaną całką powierzchniową) i pola wektorowego F (zwana też skierowaną całką powierzchniową, strumieniem wektora F przez powierzchnię S).
29. Twierdzenie wiążące skierowaną całkę powierzchniową z całką potrójną (Gauss 1813, Ostrogradski 1826).

- 30. Podstawowe typy równań różniczkowego zwyczajnego 1-szego rzędu (ODE1): ogólne, jawne, o zmiennych rozdzielonych.**
- 31. Pole kierunków równania $y' = f(x, y)$, gdzie $y = y(x)$.**
- 32. Zagadnienie oziębienia newtonowskiego (I.Newton 1701) – wyprowadzenie równania i jego rozwiązanie.**
- 33. Zjawiska opisywane równaniem postaci $y' = \lambda y$, np. wykładniczy wzrost populacji, rozładowanie kondensatora, tarcie eulerowskie cięgna o krążek (1762, opisał je też J.A.Eytelwein 1808).**
- 34. Przedstaw i rozwiąż zagadnienie wzrostu logistycznego (P.F.Verhulst, 1845).**
- 35. Pokaż, na przykładzie, jak redukować liczbę parametrów w równaniu różniczkowym.**
- 36. Uzyskaj równanie różniczkowe krzywej płaskiej przecinającej każdą prostą pęku o wierzchołku w O pod danym kątem γ . Rozwiąż to równanie i, przeszedłszy do układu współrzędnych biegunowych $O r \theta$, rozpoznaj tę krzywą jako spiralę Bernoulliego/logarytmiczną.**
- 37. MOP (metoda oczekiwanej postaci) dla równania $y' = f(x, y)$, gdzie $y = y(x)$.**
- 38. MUS (metoda uzmienniania stałej) dla równania $y' = f(x, y)$, gdzie $y = y(x)$.**
- 39. Równanie różniczkowe zwyczajne 2-ego rzędu o stałych współczynnikach (CC-ODE2) jednorodne i metody jego rozwiązywania: potęgowa/Föbeniusa (tj. oparta o rozwinięcie taylorowskie), Eulera (równanie charakterystyczne).**
- 40. Zagadnienie początkowe dla niejednorodnego CC-ODE2: metody MOP (oczekiwanej postaci), MUS (uzmienniania stałej), MOL (operatorowa Laplace'a).**
- 41. Równanie układu SRM (=SOM = sprężyna, opór, masa) i jego rozwiązanie.**
- 42. Równanie układu RLC (= KOC = kondensator, opór, cewka) i jego rozwiązanie.**

Prace do sprawdzenia przyjmują wyłącznie na gładkich kartkach A4 (21×30cm), ze stroną początkową przestrzegającą schematu (data, egzamin – termin 1, NAZWISKO i IMIĘ, grupa, nr indeksu, tabelka na wpisanie punktacji).

W przypadku pisma niechlujnego pracę dyskwalifikuję, stawiając ocenę ndst. (2.0).

Ocenę wystawię sprawdzając odpowiedzi na trzy pytania, które odpowiadający wybiera spośród 5 zaproponowanych. Każda odpowiedź jest oceniana w skali 0-9 (9 za odpowiedź pełną i poprawną), uzyskać zatem można maksymalnie 27 punktów. Przeliczenie na ocenę jest następujące: **00-12: 2.0; 13-15: 3.0; 16-18: 3.5; 19-21: 4.0; 22-24: 4.5; 25-27: 5.0.**

O tak wystawionej ocenie, ewentualnie podwyższonej o pół stopnia (za aktywność na wykładach), student(ka), student/ka dowie się poprzez eProto najpóźniej we wtorek 4.lipca.2017.

Po tym dniu w lipcu (i nie później niż 16.07.2017), w godzinach mego dyżuru (proszę zajrzeć na terminarz na stronie internetowej) student(ka) może obejrzeć swą pracę, zgłosić zastrzeżenia i może zostać poddana ewentualnej dopytce; do dopytywania może przystąpić jedynie student/ka mający/a z części pisemnej uzyskał/a co najmniej 10 punktów; dopytka może zmienić ocenę z egzaminu pisemnego (w przypadku oceny pozytywnej także w dół).

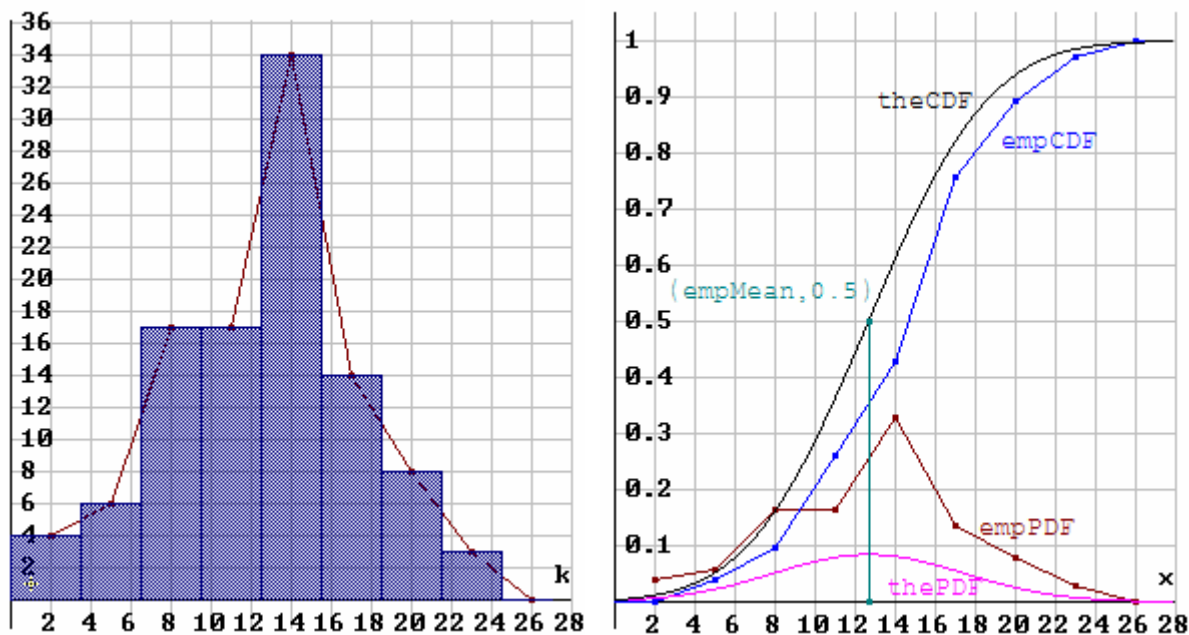
Zasady egzaminu poprawkowego (25.09.2017, 9:45) są analogiczne, przykładowo: student/ka odpowiada na 2 zadania wybrane spośród czterech, oceny **0-7: 2.0; 8-9: 3.0; 10-11: 3.5; 12-13: 4.0; 14-15: 4.5; 16-18: 5.0.**

do egzaminu ustnego (25-27.09.2017) mogą przystąpić osoby, które z części pisemnej uzyskały co najmniej 5 punktów, w wyniku dopytki student/ka ocenę utrzyma, podwyższy lub obniży.

2017-05-25, 12:07 Adam Marlewski

Zbiorcze wyniki egzaminu pisemnego przeprowadzonego we wtorek 28 czerwca 2017 roku:

punktów	gr.1 ()	gr.2 ()	gr.3 ()	gr.4 ()	gr.5 ()	łącznie	ogólnie egzamin pisemny i ustny:
00-03	0	3	1	0	0	4	nie zaliczyły (ocena: 2.0) 44 osoby, tj. 43 % egzaminowanych, zaliczyło 59 osób, tj. 57 % egzaminowanych, w tym 3 osoby na oceny najwyższe (4.5): Mateusz Olejniczak, Agata Plewińska, Maria Winiarska;
04-06	0	2	3	1	0	6	
07-09	2	5	5	3	2	17	
10-12	1	3	6	3	5	17	
13-15	8	7	3	7	9	34	
16-18	4	1	1	2	6	14	
19-21	5	0	1	0	2	8	
22-24	0	0	0	2	1	3	
25-27	0	0	0	0	0	0	
razem:	20	21	20	18	25	103	
rezygn.	0	3	2	2	0	7	na liście egzaminacyjnej: 123 osoby



Graficzne przedstawienie wyników egzaminu przeprowadzonego 26.czerwca 2017 roku;
 rysunek lewy: licznosci (np. 14 osób uzyskało 16, 17 lub 18 punktów na 27 możliwych,
 a więc ocenę 3.5; uwzględniono wszystkich odpowiadających, a więc 103 osoby),
 rysunek prawy: częstości (PDF) i częstości skumulowane (CDF) empiryczne oraz teoretyczne gaussowe
 (tzn. wg rozkładu normalnego ze średnią empiryczną $\text{empMean} \approx 12.66$ i wariancją $\text{empVar} \approx 22.32$)